

A Janela de Euclides

Leonard Mlodinow

O conceito de espaço começou, naturalmente, como um conceito de lugar, tal como o nosso lugar, a Terra. Começou com um desenvolvimento técnico que os egípcios e os babilônicos chamavam de “medida da terra”. A palavra grega para isso é *geometria*, mas os assuntos não são totalmente iguais. Desenvolvendo a geometria a partir de descrições simples de pedra e areia, os gregos extraíram as ideias de ponto, linha e plano. No clímax desta luta para inventar a matemática destaca-se Euclides. A história de Euclides é uma história do axioma, do teorema, da demonstração, a história do nascimento da própria razão. Contudo, Euclides foi um homem, que possivelmente, não descobriu sequer uma só lei importante da geometria.

A humanidade pré-grega tinha noção de engenharia, mas como nossos líderes políticos, eles algumas vezes realizavam surpreendentes feitos com impressionante pouca compreensão do que estavam fazendo. Algumas ferramentas consideradas de computação datadas de 30.000 a.C. podem muito bem ser varas decoradas por artistas com sensibilidades matemáticas intuitivas. Nas margens do lago Edward, na atual República Democrática do Congo, arqueólogos descobriram um pequeno osso, de 8 mil anos, com uma pequeníssima pedra de quartzo presa num entalhe em uma das extremidades. O seu criador, um artista ou matemático – nunca saberemos com certeza – entalhou três colunas de cortes em um dos lados do osso. Os cientistas acreditam que esse osso, chamado de osso Ishango, provavelmente seja o mais antigo exemplo já encontrado de um dispositivo para registro numérico

O pensamento de fazer operações com números surgiu muito mais tarde, porque fazer cálculos aritméticos exige um certo grau de abstração. Os egípcios começaram a estabelecer comunidades fixas sobre montes de terra que se tornavam pequenas ilhas ligadas por caminhos elevados durante as cheias. Eles construíam um sistema de irrigação e armazenagem de grãos. A vida agrícola tornou-se, portanto, a base do calendário e da vida egípcios. Pão e cerveja tornaram-se seus principais produtos. Em 3500 a.C., os egípcios já tinham dominado uma indústria de pequena escala de trabalhos manuais e metalurgia. Por volta desta época, eles desenvolveram a escrita.

Os egípcios empregaram seu conhecimento matemático para fins impressionantes. Imagine um deserto desolado varrido pelo vento, no ano de 2580 a.C. O arquiteto tinha desenrolado um papiro com um projeto de sua estrutura. Seu trabalho era fácil – base quadrada, faces triangulares, de no mínimo uns 145 metros de altura, pois deveria ser feita de sólidos blocos de pedra pesando mais de 2 toneladas cada.

Os faraós adorados como deuses, com exércitos que cortavam os pênis dos inimigos mortos a fim de ajudá-los a contar, não eram o tipo de divindades todopoderosas a gostaríamos de presentear com uma pirâmide deformada. Enquanto os egípcios se estabeleciam no Nilo, na região entre o golfo Pérsico e a Palestina, estava acontecendo outra urbanização. Começou na Mesopotâmia, na região entre os rios Tigre e Eufrates, durante o quarto milênio a.C. Por volta de 200 e 1700 a.C., os povos não-semíticos vivendo bem ao norte do golfo Pérsico conquistavam seus vizinhos do sul. Hamurábi, seu soberano vitorioso, deu ao reino unido o nome da cidade de

Babilônia. Nós atribuímos aos babilônios um sistema de matemática consideravelmente mais sofisticada do que aquela dos egípcios.

Sabemos, por exemplo, que o equivalente babilônico do nosso engenheiro não jogaria simplesmente os trabalhadores num projeto. Para cavar, digamos, um canal, ele perceberia que o corte transversal era trapezóide, calcularia o volume a ser removido, consideraria o quanto um homem poderia escavar por dia, e chegaria ao número de homem-dias necessário para a obra. Os agiotas babilônios até calculavam juros compostos.

Apesar dos feitos dos egípcios e da engenhosidade dos babilônios, a contribuição deles para a matemática se limitou a fornecer aos gregos posteriores uma coleção de fatos concretos e regras práticas. A descoberta de que a matemática é mais do que algoritmos para calcular o volume de entulho ou valor dos impostos é creditada a um comerciante grego, que virou filósofo, chamado Tales, há pouco mais de 2.500 anos. Foi ele quem preparou o cenário para as grandes descobertas dos pitagóricos e, por fim, para os *Elementos* de Euclides. Ele viveu numa época quando, ao redor do mundo, uma luz iluminava, de um jeito ou de outro, despertando a mente humana. Na Índia, Sidarta Gautama Buda, nascido cerca de 560 a.C., começou a disseminar o budismo. Na China, Lao Tsé e Confúcio, seu contemporâneo mais jovem, nascido em 551 a.C., fizeram progresso intelectual de enorme consequência. Também na Grécia estava começando uma Idade de Ouro.

No meio daquele pântano, há uns 2.500 anos, ficava Mileto, a mais próspera cidade grega de seu tempo. Nesta cidade, no século 7º a.C., começou uma revolução do pensamento humano, um motim contra

a superstição e o raciocínio meramente empírico, que continuaria o seu desenvolvimento por aproximadamente um milênio, e lançaria os alicerces do raciocínio moderno.

Apesar dos relatos diferentes, é geralmente aceito que em Mileto, perto de 640 a.C., orgulhoso, um casal teve um menino que chamaram de Tales. Tales de Mileto tem a honra de ser a pessoa mais frequentemente designada como o primeiro cientista ou matemático do mundo. Parece que ele teve a sede insaciável pelo conhecimento, característica de tantos gregos que moldaram sua Idade de Ouro. Nas viagens à Babilônia, estudou a ciência e a matemática da astronomia e ganhou fama local ao trazer este conhecimento para Grécia.

Tales também passou longos períodos de tempo no Egito e deixou os egípcios impressionados quando lhes mostrou como eles poderiam medir a altura da pirâmide empregando um conhecimento das propriedades de triângulos semelhantes. Mais tarde, Tales usou uma técnica similar para medir a distância de um navio no mar. Ele se tornou uma celebridade no Egito antigo e deu os primeiros passos para sistematização da geometria. Foi, ainda, o primeiro a demonstrar os teoremas geométricos do tipo que, séculos mais tarde, Euclides juntaria nos seus *Elementos*.

Tales afirmava que, pela observação e raciocínio, deveríamos ser capazes de explicar tudo o que acontece na natureza. Quando Pitágoras tinha 18 anos de idade seu pai faleceu. Seu tio lhe deu um pouco de prata e uma carta de apresentação, e o mandou visitar o filósofo Ferecides, na ilha vizinha de Lesbos. Pitágoras e Ferecides foram amigos por toda a vida, mas

Pitágoras não ficou muito tempo em Lesbos. Quando tinha 20 anos, Pitágoras viajou para Mileto, onde encontrou Tales.

Sabemos pouco do que Tales realmente disse a Pitágoras, mas certamente ele foi uma grande influência sobre este jovem gênio. Tales deu a Pitágoras a sugestão de mandar o jovem rapaz para o oeste e recomendou o Egito. Este aceitou a recomendação daquele, mas lá chegando, não encontrou poesia na matemática egípcia.

De acordo com uma lenda, um dia, Pitágoras estava passando pela oficina de um ferreiro, quando ouviu o som de vários martelos golpeando uma grande bigorna. Isso o fez pensar. Após algumas experiências com cordas, ele descobriu as progressões harmônicas e a relação entre o comprimento de uma corda vibrante e a altura da nota musical que ela produz. Por exemplo, uma corda com o dobro do tamanho produz uma nota com metade da altura do som. Essa observação simples, mas um ato profundo e revolucionário, é frequentemente considerada como o primeiro exemplo na história de uma descoberta empírica de uma lei natural.

Para Pitágoras, muito daquilo que a matemática tinha de intrigante veio dos muitos padrões numéricos que ele e seus seguidores descobriram. Os pitagóricos imaginaram os números inteiros como pedrinhas ou pontos, dispondo-as em certos padrões geométricos. Sendo assim, o teorema de Pitágoras, também, deve ter parecido mágico. Para demonstrá-lo de maneira geométrica, o único fato computacional de que precisaremos é considerar que a área de um quadrado seja igual ao quadrado do comprimento de um dos seus lados.

Pitágoras foi uma figura carismática e um gênio, mas também era bom em se autopromover. No Egito, ele não somente aprendeu geometria egípcia, mas tornou-se o primeiro grego a aprender os hieróglifos egípcios e, por fim, tornou-se um sacerdote egípcio ou algo equivalente, iniciado nos seus ritos sagrados. Isso lhe deu acesso a muitos mistérios dessa região, chegando até aos aposentos secretos de seus templos. Permaneceu no Egito pelo menos 13 anos. Finalmente retornou a Samos com a idade de 50 anos.

As pessoas de Samos não se mostraram extremamente suscetíveis às suas pregações, por isso Pitágoras logo partiu para um lar menos sofisticado, a cidade italiana de Crotona, colonizada por gregos. Lá, ele estabeleceu a sua “sociedade” de seguidores. Ele achava que os bens materiais atrapalhavam a busca das verdades divinas, por isso rejeitou o luxo e proibiu os seus seguidores de usar qualquer tipo de roupa a não ser as feitas de linho branco simples. Não ganhavam dinheiro trabalhando, mas dependiam da caridade da população de Crotona e talvez da riqueza de alguns de seus seguidores, que juntavam suas posses e viviam num estilo comunal.

O sigilo desempenhava um papel importante na sociedade pitagórica, talvez se baseando na sua experiência com as práticas secretas do sacerdócio egípcio. O pitagorismo influenciou muitas religiões daquele tempo, tais como o judaísmo alexandrino, a antiga religião egípcia decadente e o cristianismo. No 2º século da era cristã, a matemática pitagórica, associada à escola de Platão, recebeu novo ímpeto. Os descendentes intelectuais de Pitágoras foram novamente silenciados por Justiniano, o imperador romano oriental, no século 4º da era cristã. Os romanos odiavam os cabelos longos e as barbas dos

descendentes dos filósofos gregos pitagóricos, e seu uso de drogas como o ópio, sem deixar de mencionar suas crenças não cristãs. Justiniano fechou a Academia e proibiu o ensino de filosofia. O pitagorismo ainda tremeluziu por mais dois séculos, depois desapareceu no período medieval, aproximadamente em 600 d.C.

Por volta de 300 a.C., no litoral sul do mar Mediterrâneo, um pouco a oeste do rio Nilo, na Alexandria, viveu um homem cuja obra teve a influência que rivalizou com a Bíblia. Sua abordagem deu nova forma à filosofia e definiu a natureza da matemática até o século 19. Seu nome era Euclides. Virtualmente, nada de sua vida é conhecido. Tudo que sabemos é que ele abriu uma escola em Alexandria, teve alunos brilhantes, desprezou o materialismo, parecia ser uma pessoa agradável e escreveu pelo menos dois livros. Um deles, um livro perdido sobre cônicas.

A sua outra obra famosa, *Os elementos*, é um dos “livros” mais amplamente lidos de todos os tempos. Nenhum dos originais sobreviveu, mas foram transmitidos mais tarde através de uma série de cópias posteriores, e desapareceram quase que completamente na Idade Média. A mais importante contribuição de *Os elementos* de Euclides foi o seu método lógico inovador. Em seguida, tornar explícitos os conceitos apresentando de forma clara os axiomas ou postulados. Finalmente, deduzir as consequências lógicas do sistema empregando somente regras de lógica aceitas, aplicadas aos axiomas e aos teoremas previamente demonstrados.

Euclides foi o primeiro grande matemático de uma longa e infelizmente condenada linha de estudiosos que trabalharam em Alexandria. Os macedônios,

um povo grego vivendo ao norte da Grécia continental, começaram a conquista e a unificação das terras helênicas sob Felipe II da Macedônia em 352 a.C. Somente dois anos mais tarde, quando assistia a uma cerimônia pública na qual sua estátua era mostrada como um novo deus olímpico, Filipe II foi vítima de uma péssima contratação: foi esfaqueado mortalmente por um de seus guarda-costas. Seu filho, Alexandre, o Grande, que tinha 20 anos, assumiu o comando.

Alexandre deu um grande valor ao conhecimento, talvez devido à sua educação liberal, em que a geometria desempenhava um importante papel. Respeitava as culturas estrangeiras, embora aparentemente não respeitasse a independência delas. Logo conquistou o resto da Grécia, o Egito e o Oriente Próximo, até a Índia. Encorajou a comunicação entre as culturas e o casamento entre as raças diferentes, casando-se ele próprio com uma mulher persa. Não contente em dar o exemplo, ordenou que os principais cidadãos macedônicos também se casassem com mulheres persas.

Em 332 a.C., no centro de seu império, o cosmopolita Alexandre começou a construção de sua luxuosa capital, Alexandria. Nove anos após ter começado a construção, Alexandre morreu de uma doença desconhecida, antes da conclusão de sua grandiosa cidade. Seu império se desintegrou, mas Alexandria foi finalmente concluída. Sua geometria foi apropriada porque a cidade tornou-se o centro da matemática, ciência e filosofia gregas. A biblioteca de Alexandria chegou a guardar certo tesouro contendo entre 200.000 e 500.000 rolos de papiros, dependendo da história em que você acredita, representando a maioria do conhecimento

mundial daquela época. O museu e a biblioteca fizeram de Alexandria um centro intelectual mundial ímpar, um lugar onde os maiores sábios do antigo império de Alexandre estudaram geometria e espaço. Quase todos os grandes pensadores matemáticos e científicos gregos que se seguiram a Euclides trabalharam nesta incrível biblioteca.

Em 212 a.C., Eratóstenes de Cirena, o bibliotecário principal de Alexandria, um homem que provavelmente nunca se aventurou mais do que algumas centenas de quilômetros na sua vida, tornou-se a primeira pessoa na história a medir a circunferência da Terra. Eratóstenes conseguiu sua compreensão sobre o nosso planeta sem ter de se aventurar muito longe. Como Einstein, ele teve sucesso utilizando a geometria.

Outra estrela atraída para Alexandria foi Arquimedes. Nascido em Siracusa, uma cidade na ilha da Sicília, ele viajou para Alexandria a fim de estudar na escola real da matemática. Podemos não saber qual foi o gênio que deu à pedra ou à madeira uma forma arredondada, e espantou os observadores, demonstrando a primeira roda, mas sabemos quem descobriu o princípio da alavanca: Arquimedes. Ele também descobriu o princípio da flutuação e fez outras contribuições à física e à engenharia.

Uma das façanhas matemáticas de Arquimedes foi aperfeiçoar uma versão de cálculo não muito diferente daquele de Newton e Leibniz. Quando os romanos invadiram Siracusa, Arquimedes, então com 75 anos, foi assassinado por um soldado romano quando estudava um diagrama geométrico que tinha desenhado na areia.

O último intelectual a trabalhar na biblioteca em Alexandria foi Hipácia, a primeira grande mulher erudita cuja vida foi transmitida pela história. Nasceu em Alexandria aproximadamente em 370 d.C., filha de um famoso matemático e filósofo chamado Téon. A herança intelectual de Hipácia remontava Platão e Pitágoras. Alguns dizem que ela escolheu estudar em Atenas, onde ganhou a coroa de louros, concedida somente aos melhores alunos de Atenas e, ao voltar a Alexandria sempre usava essa coroa quando aparecia em público. Ela escreveu comentários importantes sobre duas obras gregas famosas, a *Aritmética*, de Diofanto, e as *Seções Cônicas*, de Apolônio, que são lidas até hoje.

Ninguém sabe quem fez os primeiros mapas, nem quando, nem por quê. Sabemos que alguns dos primeiros mapas conhecidos foram criados pela mesma razão que os egípcios inventaram a geometria. Não havia chaves topográficas ou ornamentações religiosas inscritas neles, mas sim anotações referentes aos impostos sobre propriedades. Aproximadamente em 2000 a.C. mapas de bens imobiliários descrevendo informações sobre o traçado das propriedades e sobre seus proprietários eram comuns no Egito e na Babilônia.

À medida que mais almas corajosas começaram a explorar os sete mares, um propósito mais vital dominou a criação de mapas. Chegou-se à conclusão de que havia duas coordenadas usadas para descrever a sua posição atual na superfície da Terra são a latitude e a longitude. Esta ideia de latitude veio de um antigo “meteorologista” chamado Aristóteles. Depois de estudar como a localização na Terra afeta o clima, ele propôs a divisão do globo em cinco zonas climáticas delineadas por uma localização norte/sul. Essas zonas

acabaram sendo incluídas nos mapas, separadas por linhas de latitudes constantes.

Determinar a sua longitude é mais difícil. Se a Terra não girasse, poderíamos medir a sua longitude com referência a esse mapa. Mas o efeito da rotação da Terra faz com que o mapa de estrelas que vemos num momento seja igual ao mapa que uma pessoa um pouco a oeste verá algum tempo depois. Para sermos mais exatos, já que a Terra gira 360 graus em 24 horas, um observador a 15 graus a oeste de nós vê a mesma vista que você, uma hora mais tarde. No Equador, esta diferença corresponde a aproximadamente 1.700 quilômetros.

O primeiro grande mapa mundi criado pelos gregos foi desenhado por Anaximandro, aluno de Tales, aproximadamente em 550 a.C. Os romanos produziam mapas, mas, assim como o problema de geometria que focalizava sua atenção nas tropas inimigas do outro lado do rio, esses esforços se focalizaram em problemas puramente práticos, geralmente militares.

A época era o fim do século 8º. As grandes obras e as tradições dos gregos estavam perdidas e esquecidas; o relógio e a bússola estavam tão distantes no futuro. Apesar disso, nessa época um homem poderoso reconheceu a necessidade de mais educação e tomou os passos que por fim levariam ao renascimento de uma tradição intelectual na Europa.

Geneticamente, Carlos, o Grande, ou Carlos Magno, poderia ter parecido uma tentativa com pouca possibilidade de sucesso. Medido pelo seu esqueleto após sua morte, verificou-se que ele tinha 1,92 m de altura, um gigante para seu tempo.

Carlos Magno era poderoso em todos os aspectos: físico, intelectual e talvez mais importante, pelo tamanho de seu exército. Ele aumentou o território do seu reino francês, derrubando as fronteiras de seus vizinhos, os lombardos, os bávaros e os saxões, e se tornou a força dominante na Europa, impondo o catolicismo romano onde quer que se aventurasse. Carlos Magno foi um mecenas da educação, como Alexandre tinha sido.

O renascimento promovido por Carlos Magno produziu pouco em termos de obra original. Após a sua morte, o reino diminuiu e seus sucessores não ampliaram sua Renascença cultural. Ainda assim, o nível de educação nunca caiu para aquele do período pré carolíngio. O cenário estava pronto para outra Idade de Ouro igual àquela dos gregos. A comparação não passou despercebida aos que viviam naquela época. Um monge inglês chamado Bartolomeu escreveu: “Assim como a cidade de Atenas em tempos idos foi a mãe das artes liberais e das letras, a ama dos filósofos e de todo o tipo de ciência, assim é Paris em nossos dias...”

A Europa neste tempo estava no começo de um período úmido e frio, tão distintamente miserável, que hoje é chamado de pequena Idade de Gelo. As colheitas foram perdidas. A produtividade agrícola caiu vertiginosamente. A fome espalhou-se por todos os lugares. Na Inglaterra, as pessoas comuns comiam cães, gatos e outros novos pratos descritos num relato apenas como “coisas impuras”. A aristocracia sofria do mesmo modo: viu-se forçada a comer seus próprios cavalos.

Em outubro de 1347, uma frota vinda do Oriente aportou no nordeste da Sicília. Infelizmente para o continente da Europa, os marinheiros conheciam

geometria o suficiente para acharem o caminho até o porto. Era o conhecimento médico que tinham que era inadequado. Todos a bordo estavam mortos ou morrendo. A tripulação ficou de quarentena. Os ratos saíram correndo rapidamente dos porões dos navios, levando a peste Negra para as margens da Europa. Por volta de 1351, quase a metade da população da Europa tinha morrido. O historiador florentino Giovanni Villani escreveu: “Foi uma doença em que apareciam certas inchações na virilha e debaixo das axilas, e as vítimas cuspiam sangue, e em três dias estavam mortas...”

As faculdades não eram refúgios destas condições. O conceito de um campus universitário ainda não existia. A ciência de então era uma miscelânea de conhecimento antigo entrelaçado com a religião, a superstição e o sobrenatural. A crença na astrologia e em milagres era comum e o conceito de tempo era vago, pois até o século 14, ninguém sabia com qualquer precisão que horas eram já que não existia tecnologia para medir intervalos curtos de tempo com precisão.

A cartografia também era primitiva. Os mapas na Europa medieval não foram feitos para descrever exatamente as relações geométricas e espaciais. Com tudo isso para dificultar o processo da mente, o principal impedimento foi uma coação mais direta: a Igreja Católica exigia que os intelectuais medievais aceitassem que a Bíblia era literalmente verdadeira. O principal movimento em filosofia natural na última parte da Idade Média foi o dos escolásticos, centralizado nas novas universidades, especialmente em Oxford e Paris.

O primeiro grande escolástico defendeu a discussão lógica como um

método para decidir a verdade. Ele foi um parisiense do século 12, Pedro Abelardo. Na França medieval, a postura que ele tomou era perigosa. Abelardo foi excomungado e seus livros foram queimados. O mais famoso dos escolásticos, São Tomas de Aquino, também propôs o uso da razão, mas ele era alguém que a Igreja podia recomendar. Enfim, os escolásticos contribuíram bastante para o renascimento intelectual do mundo ocidental.

Bem no interior da floresta tropical amazônica, uma mulher forte, ribeirinha, navega pelos tributários que abrigam piranhas e fervilham de mosquitos, parando em cabanas na floresta raramente saudada por alguém, a não ser pelos poucos habitantes isolados. Ela não é uma personagem da Idade Média. Ela vive em nossa época. Quem é ela? Talvez uma médica? Uma assistente social estrangeira? Você nem imagina, mas ela está vendendo cremes, perfumes e cosméticos para a Avon.

Imaginemos um gráfico, em que as vendas internacionais estejam em azul e as nacionais em vermelho, Nelas, poderemos comparar o crescimento ano a ano dos lucros da companhia, vendas líquidas, lucro operacional de unidades de negócio e páginas de outras informações utilizando todos os tipos de gráficos fantasiosos, gráficos de barras e gráficos de pizza.

Hoje, a representação gráfica do conhecimento é tão familiar que dificilmente pensamos nela como um recurso matemático. Porém, até o executivo da Avon que sintia muita fobia pela matemática poderia dizer que uma linha inclinada para cima no gráfico dos lucros simboliza uma coisa favorável. Mais para cima ou para baixo, a invenção do gráfico foi um passo vital no caminho para uma teoria do lugar.

Assim, por volta da metade do século 14, Nicole d’Oresme (1325-1382), mais tarde bispo de Lisieux, não parecia preocupado por qualquer contradição provocada pelos números irracionais quando inventou o gráfico. Oresme, implicitamente, ignorou a questão de saber se os números inteiros e fracionários são suficientes para preencher a linha da base do gráfico. Ele se concentrou em suas novas

figuras, avaliando se elas poderiam ser usadas para analisar relações quantitativas.

O poder dos gráficos em ajudar o não matemático a analisar padrões de dados origina-se desta mesma conexão de dados com a geometria. A mente humana facilmente reconhece certas formas simples – retas e círculos, por exemplo. Como resultado, quando os dados são representados por meio de gráfico, notamos os padrões geométricos que se pode deixar escapar facilmente quando olhamos uma tabela de números.

Quando Descartes tinha 8 anos de idade, seu pai o mandou para La Flèche, uma escola jesuíta que era nova, mas que em breve se tornaria famosa. Descartes se saiu bem na escola, mas após ter concluído os estudos, oito anos depois, ele já exibia o ceticismo pelo qual sua filosofia se tornaria famosa: ele estava convencido de que tudo o que aprendera na escola La Flèche era inútil ou estava equivocado. Finalmente, quando abandonou o estudo das letras, mudou-se para Paris. Lá passou noites vagueando pelo circuito social. De dia, ele ficava na cama estudando matemática, já que adorava fazer isso e conseguia obter lucro algumas vezes, ao aplicar sua matemática nas mesas de jogo. Após um curto espaço de tempo, no entanto, Paris ficou tediosa e desinteressante para ele.

O que um jovem rapaz de meios independentes, nos dias de Descartes, fazia a fim de viajar e achar aventura? Ele se alistou no exército. No seu caso, no exército do príncipe Maurício de Nassau. Lá, ele apreciou seus dias, encontrando pessoas de diferentes países e também encontrando a solidão que desejava ardentemente a fim de estudar matemática e ciência, e ponderar sobre a natureza do universo. Suas viagens renderam frutos quase imediatamente.

Descartes e Beeckman tornaram-se tão bons amigos que mais tarde Descartes descreveu Beeckman como “a inspiração e o pai espiritual de meus estudos”. Quatro meses mais tarde, foi para Beeckman que Descartes primeiro descreveu o seu modo revolucionário de considerar a geometria. Nele estava traduzido o espaço em números, mais importante ainda, usou sua tradução para descrever a geometria em termos de álgebra.

Descartes utilizou sua percepção para fazer um trabalho de renome em muitas áreas da física. Ele foi o primeiro a formular a lei de refração da luz na sua forma trigonométrica atual. Também foi o primeiro a explicar completamente a física do arco-íris. Seus métodos geométricos foram tão importantes para suas percepções que ele escreveu: “Minha física toda nada mais é do que geometria”. Embora tenha tido poucos amigos e nunca tenha se casado, teve um caso amoroso em sua vida, com uma mulher chamada Helena. Em 1635, tiveram uma filha, Francine. Francine ficou doente, com bolhas roxas irrompendo por todo o corpo. Descartes voltou imediatamente para casa. Não sabemos se ele chegou a tempo, mas Francine morreu no terceiro dia de sua enfermidade. Descartes e Helena logo terminaram o relacionamento. Embora em toda sua vida Descartes tenha sido famoso, esta perda o devastou.

Um menino de 15 anos de idade, chamado Carl Friedrich Gauss, que depois tornou-se um dos heróis de Napoleão, tivera em 1792, a compreensão que plantou as sementes de uma nova revolução. Diferente das anteriores, esta não seria uma melhora revolucionária em Euclides, mas um sistema operacional inteiramente novo. Logo os estranhos e excitantes espaços curvos, não percebidos por muitos séculos, foram descobertos e descritos. Com isto, veio a pergunta natural: o nosso espaço é o de Euclides, ou um daqueles outros? Eventualmente essa indagação revolucionou a física. A matemática também foi lançada num dilema.

Assim que a poeira se assentou, não somente a teoria do espaço, mas também a física e a matemática tinham entrado numa nova era. A primeira tentativa conhecida de demonstrar o postulado das paralelas foi

feita por Ptolomeu no século 2º d.C. O seu raciocínio era complicado, mas em essência o método era simples: ele assumiu uma forma alternativa do postulado, e então deduziu a forma original dele.

Aos 12 anos, Gauss começou a criticar *Os elementos*, de Euclides. Ele se focou, como outros tinham feito, no postulado das paralelas. Gauss não procurou encontrar uma forma mais aceitável do postulado, nem torná-lo desnecessário demonstrando-o através de outro postulado. Em vez disso, questionou se era válido e se perguntou sobre a possibilidade de que o espaço fosse de fato curvo.

Aos 15 anos, Gauss tornou-se o primeiro matemático na história a aceitar a ideia de que poderia existir uma geometria logicamente consistente na qual o postulado das paralelas de Euclides não valeria. É claro que ainda estava bastante longe de demonstrá-la, ou de criar tal geometria. Gauss não seria considerado um dos maiores matemáticos se não tivesse a profunda influência em muitas áreas da matemática. Mesmo assim, algumas vezes ele é considerado uma figura de transição, completando os desenvolvimentos iniciados por Newton, em vez de lançar a base para futuras gerações. Isso não é verdade em relação ao seu trabalho. A geometria do espaço foi o tipo de obra que manteria muitos estudiosos ocupados durante um século. Somente uma coisa atrapalhou a sua revolução. Ele manteve a sua obra em segredo.

Entre 1813 e 1816, como professor ensinando astronomia matemática na Universidade de Göttingen, Gauss finalmente fez o rompimento de barreiras definitivo que estava sendo aguardado desde Euclides: ele desenvolveu equações

que relacionavam as partes de um triângulo num espaço não euclidiano, cuja estrutura denominamos hoje *geometria hiperbólica*. Aparentemente, por volta de 1824, Gauss tinha elaborado uma teoria completa. No dia 6 de novembro daquele ano, Gauss escreveu para F. A. Taurinos, um advogado que se intrometia de modo bastante inteligente com a matemática: “A suposição de que a soma dos três ângulos [de um triângulo] é menor do que 180° leva a uma geometria especial, bem diferente da nossa [isto é, a euclidiana], que é absolutamente consistente, e que eu desenvolvi de modo bem satisfatório para mim mesmo...” Gauss nunca publicou isto, e insistiu com Taurinus e outros para que não tornassem públicas as suas descobertas. Por quê? Agora não era a Igreja que o temia, era o seu resíduo, os filósofos seculares.

Gauss foi um cronista meticuloso das coisas à sua volta. Tinha o prazer de colecionar certos dados bizarros, tais como a duração da vida de seus amigos mortos (em dias), ou número de passos desde o observatório onde trabalhava até vários lugares que gostava de visitar. Em 1868, o matemático italiano Eugênio Beltrami enterrou de uma vez por todas a questão de provar o postulado das paralelas: ele demonstrou que, se a geometria euclidiana forma uma estrutura matemática consistente, então o mesmo deve ocorrer com os espaços não euclidianos recém-descobertos. Será a própria geometria euclidiana consistente? Como veremos, isso nunca foi provado, nem refutado.

Georg Reimann nasceu em 1826, na pequena vila de Breselenz, perto da cidade natal de Gauss. Ele teve cinco irmãos. A maioria deles morreu jovem, como ele também estava destinado. Sua matéria favorita era história, particularmente a história do movimento nacional polonês.

Quando Riemann tinha 19 anos, o diretor de sua escola, um homem chamado Schmalfuss, lhe deu uma pequena coisa para examinar: o livro de Adrien-Marie Legendre, *Théorie des nombres*, ou Teoria dos números. Ele devolveu o livro em seis dias com um comentário do tipo: “ Foi uma boa leitura”. Alguns meses depois, ele foi examinado sobre o conteúdo desse livro e obteve a nota máxima. Mais tarde, ele ainda faria suas próprias contribuições fundamentais à teoria do número.

Em 1846, ainda com 19 anos, Riemann matriculou-se na Universidade de Göttingen, onde Gauss era professor. Riemann começou como aluno de teologia. Mas logo ele mudou para o que se tornaria o seu grande amor - a matemática. Após um curto período em Berlim, Riemann voltou para Göttingen em 1849 para completar seu doutorado. A reação de Gauss ao trabalho de Riemann seguiu o padrão familiar que Gauss tomava nas raras ocasiões em que ficava impressionado com um trabalho de matemática. Ele escreveu que Riemann tinha demonstrado “uma mente criativa, ativa e verdadeiramente matemática e... uma imaginação gloriosamente fértil”, e salientou também que ele, Gauss, já tinha feito um trabalho semelhante antes, mas que não o publicara. O obstáculo final a ser transposto por Riemann era dar uma conferência como teste. Sendo assim, ele expôs sua palestra no contexto da geometria diferencial, focalizando-se sobre as propriedades das regiões infinitamente pequenas de uma superfície, em vez de suas características geométricas em grande escala. Realmente, em nenhum momento Riemann mencionou o nome de geometria não-euclidiana. Mas as implicações de sua obra eram claras: explicou como a esfera podia ser interpretada como um espaço elíptico bidimensional. Sua obra sobre

geometria diferencial tornou-se a pedra angular da teoria geral da relatividade de Einstein. Se ele não tivesse sido tão imprudente em incluir a geometria na sua lista de tópicos, ou se Gauss não tivesse sido tão ousado a ponto de escolhê-la, o instrumento matemático que Einstein precisou para sua revolução na física não teria existido.

Tentar entender do que o espaço era feito levou àquilo que talvez tenha sido o maior avanço científico de todos os tempos. Foi uma luta intensa levada avante, principalmente por cientistas que não sabiam aonde iam ou onde estavam quando chegaram lá. Como o espaço, a trajetória deles estava cheia de dobras e curvas.

A teoria do eletromagnetismo de Maxwell está no mesmo nível que a mecânica, a relatividade e a teoria quântica como um dos pilares da física moderna e rádio, a televisão, o radar e os satélites de comunicação são apenas algumas das consequências desse conhecimento.

Maxwell simplesmente descobriu a primeira evidência essencial observável: se as ondas de luz viajam com uma velocidade constante em relação ao éter, e se a Terra se move numa órbita elíptica do éter, então a velocidade a qual a luz que vem dos espaços se aproxima da Terra variará, dependendo de onde a Terra estiver na sua órbita. A linha divisória entre as coisas temporais e o espaço sem tempo em que elas existiam estava se partindo.

Foi necessário que Albert Einstein formulasse uma teoria simples que explicava o comportamento observado da luz viajando através do espaço. Espaço e tempo foram unidos para sempre. Em 1805, quando Napoleão, montando em seu cavalo, passou em frente da casa de Gauss

em Göttingen, ele poupou essa cidade da destruição por sua grande estima a Gauss, mas o local de sua vitória em breve também se tornaria consagrado como o lugar de nascimento daquele que pode ser considerado o maior físico da história: Albert Einstein. Era 1879, o ano em que Maxwell faleceu.

Em retrospecto, aos 13 anos de idade, Einstein já mostrava habilidade excepcional. Começou a estudar matemática avançada com um amigo mais velho e com um tio. Também estudou a obra de Kant, especialmente a sua visão sobre tempo e espaço. Embora a psicologia humana não desempenhe papel nenhum, a subjetividade das medidas do espaço e do tempo é o que dá o nome à relatividade. Por volta de 1895, o jovem Einstein também sabia sobre o experimento de Michelson-Morley, sobre o trabalho de Fizeau e sobre o de Lorentz. Embora nessa época ele aceitasse o éter, tinha concluído que, não importa quão velozmente você se movimenta, nunca será capaz de alcançar uma onda de luz. A relatividade estava sendo elaborada.

Heinrich Weber, um matemático e físico que era professor de física, convidou Albert para frequentar suas aulas como ouvinte. O diretor, Albin Herzog, conseguiu que ele fizesse mais um ano de preparação numa escola próxima. No ano seguinte, com o diploma do ensino médio na mão, Einstein foi aceito na ETH sem prestar novos exames.

A sua produção consistiu de seis artigos. Um era baseado na sua tese de doutoramento, uma questão de geometria - não a geometria do espaço, mas a geometria da matéria. A análise de Einstein, baseada na ideia de que o movimento é devido ao bombardeamento aleatório das partículas pelas moléculas do

líquido, levou-o a uma confirmação da nova teoria molecular da matéria do físico experimental francês Jean-Baptiste Perrin. Por este trabalho, Perrin recebeu o prêmio Nobel em 1926.

Em outro artigo escrito em 1905, Einstein explicou por que certos metais tinham sido observados emitindo elétrons quando a luz incidia sobre eles, um efeito conhecido como efeito fotoelétrico. Nele, Einstein ousadamente aplicou o novo conceito quântico de Planck como se fosse uma lei física universal. Naquela época, ele tinha sido considerado simplesmente uma faceta mal-entendida da interação entre a radiação e a matéria. Em 1921, Einstein recebeu o prêmio Nobel da física.

Einstein sabia que a sua teoria era uma bala de canhão, lançada contra o castelo da física moderna. Ele idolatrava Newton, mas estava destruindo uma das suas crenças mais básicas, a existência do espaço e do tempo absolutos. Apesar do apoio de um núcleo de físicos importantes, principalmente na Alemanha, a aceitação ampla da relatividade especial demorou a chegar. Mas, conforme a comunidade dos físicos ponderava lentamente as ideias de Einstein, ele começou a trabalhar numa segunda revolução, ainda maior. Seria uma revolução que, novamente, faria da geometria a parte central da física, um lugar do qual ela tinha se afastado desde a introdução das equações do cálculo por Newton. Seria também uma revolução que faria a primeira revolução de Einstein parecer comparativamente fácil e superficial.

Como Einstein disse mais tarde, em novembro de 1907: “Eu estava sentado numa cadeira no Escritório de Patentes de Berna quando subitamente me ocorreu um pensamento: em queda livre, uma pessoa

não sente o seu próprio peso”. E concluiu: “Se uma pessoa cai livremente, ela não sentirá o seu próprio peso”. Einstein mais tarde chamou isso de “o pensamento mais feliz de toda a minha vida”. A pessoa caindo foi a maçã de Einstein, a semente cuja prole foi uma nova teoria da gravidade, um novo conceito de cosmologia e uma nova abordagem em teoria física.

A única teoria da gravidade que existia em 1905 era a de Newton. Sendo um cara esperto, Newton elaborou a sua descrição das forças gravitacionais para se encaixar perfeitamente com a sua cinemática, isto é, com as suas leis do movimento. Como a teoria da realidade especial substituiu as leis de Newton por uma nova cinemática, não é surpresa o fato de que Einstein descobriu que a teoria da gravidade de Newton já não se encaixava mais.

O que Einstein precisava, se fosse construir uma nova física, era de uma nova geometria que descrevesse a distorção do espaço. Felizmente, Riemann (e mais alguns de seus seguidores posteriores) tinha desenvolvido isso. Einstein se lembrava de Gauss, pois fizera um curso sobre geometria infinitesimal e estudou a sua teoria das superfícies. Contudo, nada sabia sobre Riemann.

Como a relatividade geral descreve a natureza do espaço? Ela demonstra como a matéria e a energia do universo afeta a distância entre os pontos. Visto como um conjunto, o espaço é simplesmente uma coleção de elementos, os seus pontos. A estrutura do espaço que chamamos de geometria surge da relação entre os pontos, que chamamos de distância.

O artigo de Einstein de 1915 anunciava isso: uma equação relacionando a distribuição da matéria no espaço (e no

tempo) com a métrica do espaço-tempo tetradimensional. Como a métrica determina a geometria, as equações de Einstein definem a forma do espaço-tempo. Na teoria de Einstein, o efeito da massa não é exercer uma força gravitacional, mas sim mudar a forma do espaço-tempo.

Einstein mostrou que a presença da matéria afeta a geometria, encurvando o espaço (e o tempo). Certamente isso pareceu radical naquele tempo. Mas nas teorias de hoje, a natureza do espaço e da matéria estão entrelaçadas num nível muito mais profundo do que Einstein imaginou. De acordo com essas teorias, as propriedades mais básicas do espaço – tais como o número das dimensões – determinam as leis da natureza e as propriedades da matéria e energia que constituem o universo. O espaço, o *contêiner* [receptáculo] do universo, torna-se espaço, o juiz daquilo que pode existir.

De acordo com a teoria das cordas, existem dimensões adicionais do espaço, tão pequenas que qualquer espaço livre que tivermos nelas não é observável em experiências atuais. Com a chegada da teoria das cordas, a física retornou para sua parceira, a matemática, aquela disciplina abstrata que se ocupa, desde Hilbert, com regras e não com a realidade. A teoria das cordas e a teoria M são conduzidas, até aqui, não pela tradição da nova compreensão física ou de dados experimentais, que estão faltando, mas pelas descobertas de suas próprias estruturas matemáticas.

Essa revolução não difere das anteriores, reformando não somente a ideia de espaço, mas também a maneira pela qual a pesquisa do espaço é abordada. A história dessa revolução, todavia, difere das histórias das revoluções anteriores num

aspecto importante: nós ainda estamos no meio dela, e ninguém realmente sabe no que resultará. A fonte da indeterminação em mecânica quântica está no princípio da incerteza. De acordo com esse princípio, algumas das características dos sistemas que são grandezas quantitativas na descrição newtoniana de movimento não podem ser descritas com exatidão ilimitada.

Ao longo dos anos, os físicos têm tentado argumentar que isso é uma limitação de nossa teoria e não da natureza. Eles sugeriram que há “variáveis ocultas” escondidas em algum lugar e que são determinadas, mas que nós não sabemos como medi-las. A matemática do princípio da incerteza afirma isto: o produto da incerteza dos dois membros complementares do par deve ser igual a um número chamado de constante de Planck. Esta constante é um número pequeníssimo demais. Se não fosse assim, teríamos percebido os efeitos quânticos muito antes.

A natureza evoluiu com uma ordem oculta. A matemática a revela. A teoria M será a bela teoria dos livros-texto dos cursos de física nas faculdades de amanhã, ou apenas uma nota de rodapé na palestra sobre história da ciência intitulada “Becos sem saídas”? Ainda não foi revelado se Schwarz é Oresme e Witten é Descartes, ou se juntos eles desempenham o papel de Lorentz, construindo uma teoria mecânica sem esperança sobre o éter inexistente. Como um jovem cientista, Schwarz sabia apenas que a sua teoria era bonita demais para não servir para nada. Atualmente, toda uma geração de pesquisadores olha para a natureza e vê suas cordas. Seria difícil ver o mundo novamente do modo antigo.

Bibliografia:

A Janela de Euclides: a história da geometria: das linhas paralelas ao hiperespaço

Leonard Mlodinow

Tradução: Enézio E.de Almeida Filho

São Paulo – Geração Editorial

2008