

O ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

Jaime Ferreira Jacinto

Segundo Sargento de Engenharia, Especialista no Ensino da Matemática pela Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras - FAFI, União da Vitória – PR.
s_mate2005@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho tem como objetivo fazer um apanhado histórico do Último Teorema de Fermat, explicando sua origem e os acontecimentos ao longo da história até chegar aos dias atuais, enfocando a sua importância para o desenvolvimento da matemática nos últimos três séculos, visto que trata-se de um dos problemas mais instigantes da história da matemática e que vem levando matemáticos de todas as épocas a tentar solucioná-lo. No desenvolvimento, o presente trabalho tentará explicar o porquê de tamanho interesse em um problema aparentemente simples. Veremos que o mesmo não é tão simples e que sua solução é mais relevante do que se poderia supor a princípio, levando inclusive à criação de um prêmio milionário para aquele que conseguisse solucioná-lo, e inúmeros feitos durante os três séculos de tentativas de solução.

Palavras - Chave: Teorema, desenvolvimento, problema.

1 INTRODUÇÃO

1.1 A ORIGEM DO PROBLEMA

Pierre Fermat viveu na França do século XVII e era funcionário público na cidade francesa de Toulouse, a matemática para ele era um passatempo, dedicando seu tempo livre a mesma. Uma das características de Fermat que ficou famosa era o seu costume de apresentar a outros matemáticos problemas desafiantes, que muitas vezes deixavam seus contemporâneos irremediavelmente atolados na tentativa de solucioná-los.

Foi com essa característica desafiadora e pesquisando autores gregos antigos que Fermat criou uma proposição muito semelhante ao teorema de Pitágoras, mas que diferente deste, não tinha uma solução, essa proposição atravessou os tempos e ficou conhecida como o último teorema de Fermat.

Um detalhe importante sobre Fermat é que ele era considerado um matemático amador, apesar da qualidade de sua produção ter sido excelente, assim sendo não havia uma preocupação por parte do mesmo de documentar o seu trabalho, visto que seu interesse pela matemática não era profissional, isto com certeza dificultou o estudo de sua obra, de excelente qualidade, mas feita de forma amadora. Essa característica da personalidade de Fermat ajudou a criar o mistério em torno do seu último teorema que não pode ser solucionado de imediato como os demais o foram.

1.2 AS OBSERVAÇÕES DE FERMAT

O mérito da descoberta desta proposição se deve ao seu filho mais velho, que percebeu várias notas de Fermat em um livro de Aritmética que pertencia a este, pois o mesmo tinha o hábito de fazer anotações em livros. Após a descoberta pelo filho, essas notas foram publicadas no livro Arithmetica de Diofanto Contendo Observações por P. de Fermat, em 1670, o livro apresentava 48 observações sem, no entanto, solucionar as demonstrações, que foram provadas ao longo do tempo, menos uma que justamente por ter sido a última, ficou conhecida como o último teorema de Fermat.

1.3 A DIFICULDADE EM ENCONTRAR A SOLUÇÃO

A dificuldade surge quando Fermat, analisando observações a respeito do teorema de Pitágoras, se depara com a equação $x^2+y^2=z^2$. Substituindo o 2 por 3 percebeu que não havia solução, e substituindo o valor da potência por números maiores que 3 a equação continuava não apresentando solução. A partir daí chegou a uma outra equação mais geral $x^n+y^n=z^n$, onde n representa 3, 4, 5, ... que também não possuíam solução, ou

seja, Fermat pegou um problema específico e o transformou em algo mais amplo capaz de representar uma gama maior de soluções que ainda precisavam ser demonstradas, já que n não está definido, pelo fato de ser maior que 2, sendo x , y e z números inteiros.

Fermat então escreveu a seguinte nota: "É impossível para um cubo ser escrito como a soma de dois cubos ou uma quarta potência ser escrita como a soma de duas quartas potências ou, em geral, para qualquer número que é uma potência maior do que a segunda, ser escrito como a soma de duas potências com o mesmo expoente".

Ao que se sabe, Fermat teria encontrado uma solução para o problema, como se observa na seguinte nota atribuída ao mesmo:

"Descobri uma demonstração maravilhosa desta proposição que, no entanto, não cabe nas margens deste livro".

O problema é que, como se sabe, o matemático tinha o costume de anotar suas observações nas páginas dos livros que pesquisava não tendo, portanto a preocupação de formalizar tais considerações. Portanto o mistério de qual teria sido a tal "demonstração" de Fermat e a dificuldade em se encontrar a solução foram suficientes para manter o interesse dos matemáticos sobre tema por mais de 350 anos.

1.4 AS TENTATIVAS AO LONGO DOS TEMPOS

O comentário de Fermat foi suficiente para manter várias gerações de matemáticos empenhados na tentativa de solucionar o problema ou de provar que ele é falso, uma solução definitiva só surgiu em 1994 como veremos mais adiante, mas até então isto não ocorreu e muitas tentativas de solucionar o problema foram empreendidas sem o sucesso esperado, porém com interessantes implicações para a matemática e para as ciências em geral.

O primeiro grande questionamento desse problema e que todos faziam, era: como Fermat chegou a demonstração do mesmo? Já que ele não a deixou registrada, o que

se sabe é que tal demonstração necessitava de um ferramental matemático que não estava disponível no século XVIII. Assim, novamente surge a dúvida se realmente Fermat teria encontrado uma demonstração para o teorema, porém foi essa dúvida que suscitou gerações de matemáticos a se empenharem na solução, produzindo muito material acadêmico que acabou contribuindo para o desenvolvimento da matemática, é o caso da descoberta da teoria dos Anéis Comutativos, que é, digamos, um "subproduto" do último teorema de Fermat.

Dentre os grandes matemáticos ao longo dos tempos que tentaram solucionar o problema podemos citar: Euler, Dirichlet (1828), Legendre (1830), Gabriel Lamé (1839), Sophie Germain, Kummer e mais recentemente, Wagstaff (1980).

Um fato interessante é que Kummer, em 1847, ao tentar demonstrar o teorema, criou o método dos divisores complexos, a que chamou números complexos ideais, contribuindo para o desenvolvimento da teoria dos números.

Nesse ponto o teorema de Fermat já era uma lenda no mundo acadêmico e amador, foram criados então vários concursos que visavam premiar aquele que fosse capaz de apresentar uma solução para o problema. Como exemplo, temos em 1908, o prêmio oferecido pelo professor Paul Wolfskehl da Real Academia de Göttingen, Alemanha, que oferecia um prêmio de 100 000 marcos à primeira pessoa que desse uma demonstração completa da conjectura de Fermat. Fato que não ocorreu, apesar de muitas provas terem sido enviadas, todas estavam incorretas, inclusive de matemáticos profissionais que chegaram a publicá-las.

1.5 A SOLUÇÃO NOS DIAS ATUAIS

Contemporaneamente, a primeira contribuição importante para o problema foi dada por dois matemáticos: Yutaka Taniyama e Goro Shimura, a conjectura apresentada pelos dois serviu de base para solução definitiva do problema, infelizmente um dos

matemáticos, Yutaka Taniyama, cometeu suicídio em 1958, adiando ainda mais o desenvolvimento da solução. O desenvolvimento dessa conjectura não foi intencionalmente feito para solucionar o Último Teorema de Fermat, mas foi o que acabou acontecendo. Interessante notar que vários matemáticos partiram da tentativa de solucionar o problema e acabaram fazendo contribuições importantes para outras áreas da matemática, sem intenção de fazê-lo, já no caso dos dois matemáticos citados, o fato ocorreu às avessas, o que demonstra a subjetividade do campo matemático, que se assemelha a uma forma de arte em que a inspiração é tão ou mais importante do que o trabalho metódico e racional, que geralmente está associado a matemática.

Observa-se dessa forma, que a pesquisa teórica é a semente de todo o desenvolvimento científico, e que a matemática como base de todas as ciências naturais, é o ferramental básico de toda pesquisa, sem tal ferramenta não seria possível abstrair a mente e criar conjecturas necessárias para desenvolver as soluções e técnicas modernas que transformam a vida de toda a humanidade. O senso comum poderia dizer que tais conjecturas são inúteis, desprovidas de qualquer utilidade prática, mas sem elas não nenhuma das técnicas modernas que desenvolvem a sociedade seriam possíveis. E mesmo a resolução de um problema tão teórico como o "Último Teorema de Fermat" está intimamente ligado a todo esse processo de crescimento da sociedade, visto que se observa nele a mesma essência necessária para o progresso da sociedade e da vida humana.

A conjectura feita pelos dois matemáticos diz que para cada equação elíptica há uma forma modular correspondente; a relevância dessa conjectura reside no fato de que se a mesma estiver correta ela poderia ser aplicada ao Último Teorema de Fermat provando a sua veracidade. Ou seja, para provar se o Último Teorema de Fermat era ou não verdadeiro, deveria se provar primeiro a conjectura Taniyama-Shimura, e foi exatamente isso que Andrew Wiles fez.

Pelo que foi dito acima, percebe-se que não é possível desenvolver um trabalho

em matemática ou em qualquer outra área, sem a contribuição de outros pesquisadores, sendo sempre necessário consultar outras pesquisas de modo a encontrar algo que possa ser útil, pois a pesquisa matemática não se faz isoladamente mas através do intercâmbio de idéias entre diversas pessoas e o estudo minucioso de pesquisadores já consagrados pela relevância de seus trabalhos.

No presente caso, sem a contribuição de Yutaka Taniyama e Goro Shimura dificilmente se teria chegado a uma resolução do problema, como de fato ocorreu alguns anos depois, demonstrando desse modo a importância do intercâmbio de idéias no mundo matemático.

1.6 A DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA

A solução definitiva do teorema se deve a Andrew Wiles, um professor da Universidade de Princeton, que iniciou seu interesse pelo problema ainda menino na biblioteca pública de sua cidade natal. Mas só a partir de 1986 é que começou realmente o trabalho de solucionar o teorema, o detalhe é que a sua pesquisa foi feita em segredo, talvez temendo a pressão que sofreria diante de um problema tão famoso e de difícil solução. Assim sendo, durante sete anos publicou outros trabalhos, afim de não despertar suspeitas sobre o seu verdadeiro objetivo, e apesar de não ser sua meta principal, estes trabalhos acabaram tendo grande relevância acadêmica, unificando e criando novas técnicas matemáticas.

Mas foi a partir da análise da conjectura Taniyama-Shimura que Andrew Wiles percebeu que o teorema poderia ser solucionado, porém a conjectura necessitava ser comprovada, ficou claro então na mente de Wiles que a solução do teorema dependeria da comprovação da conjectura, na verdade Wiles não demonstrou o Último Teorema de Fermat, mas a conjectura Taniyama-Shimura, sendo que esta levou a aquela.

Finalmente, no dia 23 de junho de 1993, em uma Conferência no Sir Isaac Newton Institute

for Mathematical Sciences em Cambridge, Andrew Wiles, passados 356 anos desde a apresentação do teorema, faz o anúncio da descoberta de sua demonstração, para assombro de todos os presentes. Infelizmente havia uma pequena falha na sua demonstração, Wiles então se afasta por mais um ano, a fim de corrigir o erro e apresentar a nova demonstração reformulada.

Um detalhe deve ser lembrado nesse momento: para a maioria das pessoas, a matemática é uma ciência exata e perfeita, isso se deve a maneira como os professores, de modo geral, apresentam a matéria a seus alunos nas salas de aula, onde há sempre uma solução para cada problema e essas soluções se desenvolvem naturalmente sem percalços e nem dificuldades, pelos menos da maneira como são apresentadas, dando a impressão ao aluno que a dificuldade de encontrar uma solução para tais problemas é somente dele, que não tem capacidade para resolvê-los. Esse tipo de matemática "higiênica" não deixa o aluno perceber que as dificuldades são normais na matemática e que até os grandes matemáticos se atolam na tentativa de solucionar os problemas. E que em matemática, tão importante quanto a solução de um problema é a maneira como se chega a ele, e é durante esse processo que ocorre a aprendizagem e não simplesmente obtendo uma resposta correta, que em si não significa nada, mas possui significado apenas se vier acompanhada de uma demonstração, pois é aí que reside o processo de aprendizado e onde algo de relevante pode ser notado. Como foi visto até aqui, várias contribuições foram feitas a matemática na tentativa de solucionar um problema, sem necessariamente atingir o objetivo principal.

Voltando à demonstração de Wiles, após a correção do erro detectado, foram necessários mais alguns meses para a apreciação da demonstração, que possuía cerca de 200 páginas, e após um período de suspense, a demonstração é finalmente aceita, sendo porém tão técnica que poucos no mundo eram capazes de compreendê-la, e Andrew Wiles (após receber um prêmio de 50 mil libras da Fundação Wolfskehl) entra para a história como

o matemático que conseguiu demonstrar o teorema mais instigante e desafiador da história da matemática, que atravessou as épocas e ocupou a mente de grandes matemáticos ao longo desse período, “O Último Teorema de Fermat” foi definitivamente solucionado.

1.7 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi tentar ressaltar a importância da pesquisa científica, e especificamente matemática, para a sociedade em geral, por meio de um apanhado histórico de fatos relevantes envolvendo o Último Teorema de Fermat. Com a apresentação desses fatos, tentou-se demonstrar que a matemática é um importante aliado para o benefício da sociedade visto que suas descobertas têm aplicação prática, mesmo que não seja imediata, ajudando a compreender fenômenos físicos, químicos, biológicos, etc... Que estão intimamente ligados ao nosso cotidiano, e do qual dependemos para viver e progredir como sociedade.

O Último Teorema de Fermat foi utilizado como exemplo a fim de mostrar como a matemática pode ser instigante e desafiadora, sendo uma ciência viva e dinâmica, e tentar desvincular dela a imagem de algo enfadonho e inútil; uma forma branda de tortura.

Deve ficar claro na mente de quem ler este trabalho, que não é a matemática enfadonha ou inútil, e se é essa a imagem que a pessoa tem, isso se deve a maneira como a matemática foi apresentada a ela. Esperamos que se possa compreender a relevância da matemática para o desenvolvimento do mundo contemporâneo, não a culpando por prováveis dificuldades no sistema educativo.

REFERÊNCIAS

SINGH, Simon, O Último Teorema de Fermat, 1.ed. Rio de Janeiro: Record, 2002.

FERMAT, Pierre, Arithmetica de Diofanto Contendo Observações por P. de Fermat, 1.ed. 1670.

NASAR, Sylvia, Uma Mente Brilhante, 1.ed. Rio de Janeiro: Record, 2002.

MARCONDES CÉSAR, Roberto, Resenha – O Último Teorema de Fermat. Disponível em <http://www.ime.usp.br/>. Acesso em: 29 mai. 2007 .

MOREIRA CALAES, Antônio, Teorema de Fermat – Resumo Histórico. Disponível em http://www.powerline.com.br/~drcalaes/demo_do_teorema_port.htm, Acesso em: 29 mai. 2007.